EMSVM, 12.06.2015.
TEST 2– A grupa

1. Naći sve funkcije $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ za koje važi:

$$f(xy)=\frac{f(x)+f(y)}{x+y},\ \forall x,y\in\mathbb{R},\ x+y\neq 0.$$

2. Neka je XYZ slika trougla ABC pri rotaciji za 60° oko središta O njemu opisane kružnice. Dokaži da su tačke T,U i V redom polovišta dužina AY, BZ i CX, vrhovi jednakostraničnog trougla.

3. Ako su $x_i\geq 0\ \ (i=1,2,...,n)$ i $x_1+x_2+...+x_n=1$, onda je

$$\left(x_1+\frac{1}{x_1}\right)\cdot\left(x_2+\frac{1}{x_2}\right)\cdot...\cdot\left(x_n+\frac{1}{x_n}\right)\geq\left(\frac{n^2+1}{n}\right)^n.$$

Dokazati!

EMSVM, 12.06.2015.
TEST 2– B grupa

1. Riješiti funkcionalnu jednadžbu:

$$2f(x+y)+f(x-y)=f(x)\cdot\left(2e^y+e^{-y}\right),\quad x,y\in\mathbb{R},$$

u skupu funkcija $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$.

2. Nad stranicama AB i BC trougla ABC konstruisani su jednakostranični trouglovi ADB i CBE. Ako je T težište trougla CBE, a P polovište dužine AC, dokažite da je $\measuredangle DPT=90^\circ$.

3. Ako su $x_i\geq 0\ \ (i=1,2,...,n)$ i ako je $x_1+x_2+...+x_n=1$, onda vrijedi

$$\frac{x_1}{\sqrt{1-x_1}}+\frac{x_2}{\sqrt{1-x_2}}+....+\frac{x_1}{\sqrt{1-x_1}}\geq\sqrt{\frac{n}{n-1}}.$$

Dokazati!